Roll No. ....

AH-6512

B. Sc. (Second Semester)

Discipline Specific Core Course (MASC-02)

EXAMINATION, May-June, 2025

MATHEMATICS

(Algebra)

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

नोट : खण्ड 'अ' अनिवार्य है। इसमें 10 अंक के कुल 10 प्रश्न हैं तथा 5 लघु उत्तरीय प्रश्न हैं जिसमें प्रत्येक प्रश्न 4 अंकों का है तथा कुल 20 अंक हैं। खण्ड 'ब' में 8 वर्णनात्मक प्रश्न हैं। प्रत्येक इकाई में दो प्रश्न हैं जिसे 50% आंतरिक विकल्प के आधार पर हल करना है। प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है। कुल अंक 40 हैं।

Section-A is compulsory containing 10 objective type question of 10 marks and 5 short answer

type question, carrying 4 marks for each, total 20 marks. Section-B is containing 8 descriptive type questions, two from each unit 50%, internal choice, carrying 10 marks for each, total of 40 marks.

खण्ड–अ

(Section-A)

1. निम्नलिखित वस्तुनिष्ठ प्रश्नों के उत्तर लिखिए : 1×10=10

Answer the following objective type questions :

(i) यदि $A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ के दो आइगन मान 2 और 8 हैं, तो तीसरा आइगन मान क्या होगा ?

If the Eigen values of $A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ are 2 and 8, then what is the third Eigen value ?

(ii) आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -3 & 0 & -5 \\ 2 & 5 & 0 \end{bmatrix}$ का ट्रेस (Trace) बताइए।

Write the trace of matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -3 & 0 & -5 \\ 2 & 5 & 0 \end{bmatrix}$.

(iii) किसी वर्गसम आव्यूह के अभिलाक्षणिक मूल क्या हो सकते हैं ?

What are the possible characteristic roots of an idempotent matrix ?

(iv) सम्बन्ध $R = \{(x, y) : x, y \in I, x - y = 1\}$ के लिए R^{-1} क्या होगा ?

What is the R^{-1} for relation $R = \{(x, y) : x, y \in I, x - y = 1\}$?

(v) यदि $A = \{1, 2, 3, 4\}$ तथा $B = \{1, 2, 3, 4\}$ तो सम्बन्ध $R = \{(x, y), x > y\}$ के प्रांत और परिसर बताइए।

If $A = \{1, 2, 3, 4\}$ and $B = \{1, 2, 3, 4\}$, then what is the domain and range for the relation $R = \{(x, y), x > y\}$

(vi) यदि $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ तथा $f = \{(1, 4), (2, 5), (3, 5)\}$, तब फलन $f : A \rightarrow B$ में किस प्रकार का फलन है ?

$A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ and $f = \{(1, 4), (2, 5), (3, 5)\}$, then what kind of function is f where the function $f : A \to B$.

(vii) वह समीकरण बनाइए जिसके मूल $2 + 3i, -3$ हैं।

Create a equation which roots are $2 + 3i, -3$.

(viii) समीकरण $x^2 + x + 1 = 0$ का व्युत्क्रम समीकरण लिखिए।

Write the reciprocal equation of equation $x^2 + x + 1 = 0$.

(ix) गुणात्मक समूह $(\{1, \omega, \omega^2\}, \cdot)$ में ω की कोटि क्या है ?

What is the order of ω in multiplicative group $(\{1, \omega, \omega^2\}, \cdot)$.

(x) परिमेय संख्याओं के समुच्चय में संक्रिया $a * b = a + b - ab$ से परिभाषित है, तो a का प्रतिलोम बताइए।

In the set of rational numbers defined a binary operation as follows : $a * b = a + b - ab$, then what is the inverse of a ?

लघु उत्तरीय प्रश्न

(Short Answer Type Questions)

2. निम्नलिखित प्रश्नों को हल कीजिए। 4×5=20

Answer the following questions.

(अ) आव्यूह $\begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ को सममित एवं विषम सममित आव्यूहों के योग के रूप में व्यक्त कीजिए।

Express the matrix $\begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ as the sum of symmetric and skew symmetric matrices.

(ब) यदि I अशून्य पूर्णांकों का समुच्चय हो और इसमें एक सम्बन्ध इस प्रकार परिभाषित है, कि $xRy \Rightarrow x^y = y^x$, $x, y \in I$ तो R, I में तुल्यता सम्बन्ध है या नहीं।

If I is the set of non-zero integers and a relation R is defined by $xRy \Rightarrow x^y = y^x$, $x, y \in$ I, then R is equivalence relation or not in I.

(स) बहुपद $f(x) = 2x^3 - 4x^2 + x - 2$ तथा $g(x) = x^3 - x^2 - x - 2$ का महत्तम समावर्तक ज्ञात कीजिए।

Find the greatest common divisor of the polynomial $f(x) = 2x^3 - 4x^2 + x - 2$ and $g(x) = x^3 - x^2 - x - 2$.

(द) यदि $a, b \in G$, तो सिद्ध कीजिए कि समीकरण $ax = b$ तथा $ya = b$, G में अद्वितीय हल रखते हैं।

If $a, b \in G$, then prove that the equation $ax = b$ and $ya = b$, have unique solution in G.

(इ) मोड्यूलो 5 के अंतर्गत $3x^3 - 4x^2 + 2x - 2$ को $x - 3$ से विभाजित करने पर प्राप्त भागफल और शेषफल ज्ञात कीजिए।

Find the quotient and the reminder under modulo 5 when $3x^3 - 4x^2 + 2x - 2$ is divided by $x - 3$.

खण्ड-ब

(Section-B)

नोट : प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न हल कीजिए। 10×4=40

Solve one question from each Unit.

इकाई-I

(Unit-I)

3. आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ को प्रसामान्य रूप में परिवर्तित कीजिए और आव्यूह की जाति एवं रिक्तता ज्ञात कीजिए।

Change the normal form of matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$ and find the rank and nullity

of the matrix.

4. निम्नलिखित आव्यूह के अभिलाक्षणिक मूलों को ज्ञात कीजिए तथा उससे सम्बन्धित अभिलाक्षणिक सदिश ज्ञात कीजिए :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

Find the characteristic roots of the following matrix and also find the corresponding characteristic vector :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

इकाई–II

(Unit-II)

5. तुल्यता वर्ग को उदाहरण सहित परिभाषित कीजिए तथा सिद्ध कीजिए कि दो तुल्यता समुच्चय या तो विविक्त होते हैं या तो अद्वितीय होते हैं।

Define equivalence classes with examples and also prove that two equivalence classes are either disjoint or identical.

6. यदि $f : X \rightarrow Y$ तथा $g : Y \rightarrow Z$ एकैकी आच्छादक प्रतिचित्रण है, तो सिद्ध कीजिए कि $g \circ f : X \rightarrow Z$ भी एकैकी आच्छादक है तथा $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} o g^{-1}$.

If $f : X \rightarrow Y$ and $g : Y \rightarrow Z$ be one-one onto mapping then prove that $gof : X \rightarrow Z$ is also one-one onto and $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$.

इकाई-III

(Unit-III)

7. समीकरण $2x^3 + x^2 - 7x - 6 = 0$ को हल कीजिए, जबकि दो मूलों का अंतर 3 दिया गया हो।

Solve the equation $2x^3 + x^2 - 7x - 6 = 0$ when the difference of two roots is 3.

8. त्रिघात समीकरण $x^3 + 6x^2 - 12x + 32 = 0$ को कार्डन विधि से हल कीजिए।

Solve the cubic $x^3 + 6x^2 - 12x + 32 = 0$ by Cardon's method.

इकाई-IV

(Unit-IV)

9. सिद्ध कीजिए कि दो उपसमूहों का संघ एक उपसमूह होता है यदि और केवल यदि वह एक-दूसरे में अंतर्विष्ट हों।

Show that union of two subgroups is a subgroup if and only if one is contained in the other.

10. सिद्ध कीजिए कि इकाई के घनमूल का समुच्चय गुणन के अंतर्गत एक परिमित आबेली समूह है।

Prove that the set of cube root of unity is a finite abelian group with respect to multiplication.

× × × × ×